

Dodatna naloga 4

V tlačni posodi je shranjen plin pri temperaturi 20 °C in nadtlaku 10 bar. Določite za koliko lahko segrejemo plin, da ne pride do poškodbe zvara v plašču tlačne posode, če so dopustne normalne napetosti v zvaru 50 MPa, dopustne strižne napetosti pa 29 MPa. Shranjeni plin obravnavajte kot idealni plin, sprememba volumna tlačne posode je zanemarljiva (volumen tlačne posode se sicer dejansko nekoliko poveča zaradi segrevanja materiala posode in zaradi deformiranja, ki je posledica naraščanja notranjega nadtlaka, kar pa zanemarimo).

Podatki:

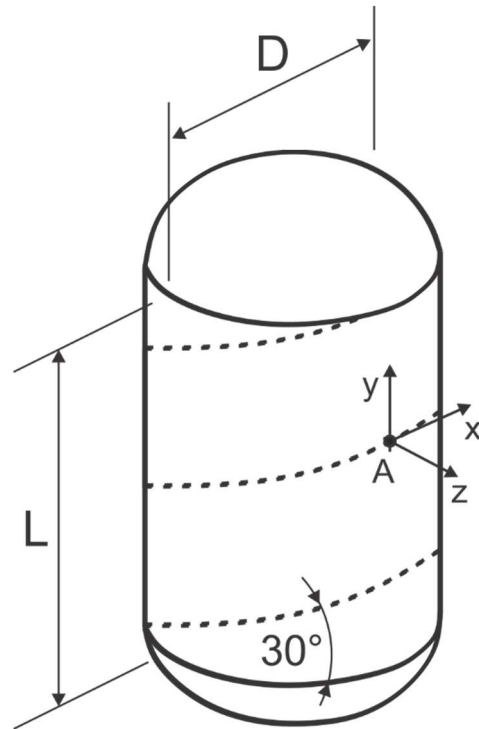
$$p_0 = 10 \text{ bar}, T_0 = 293,15 \text{ K}$$

$$D = 1 \text{ m}, L = 3 \text{ m},$$

$$s = 10 \text{ mm (debelina stene)}, \alpha = 30^\circ$$

$$\sigma_{\text{DOP}} = 50 \text{ MPa}, \tau_{\text{DOP}} = 29 \text{ MPa}$$

$$T_{\text{DOP}} = ?$$

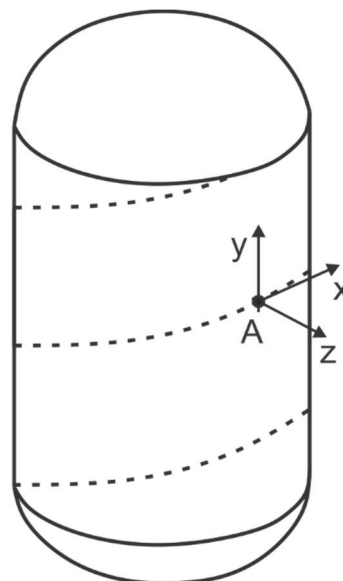


Rešitve:

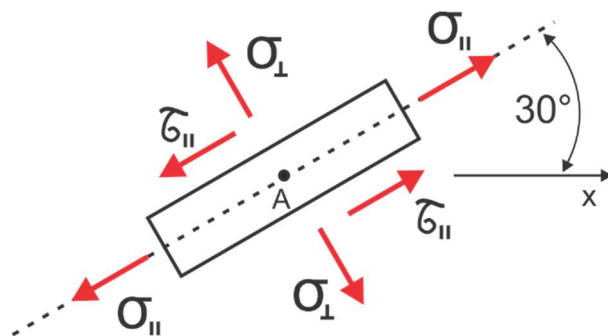
Zaradi segrevanja plina pri (približno) konstantnem volumnu začne tlak v posodi naraščati. Začetni tlak smo označili s p_0 in znaša 10 bar, trenutni tlak, ki je odvisen od temperature, pa označimo s p . V prvem koraku lahko izračunamo napetostno stanje v plašču in napetostno stanje v zvaru v odvisnosti od notranjega tlaka p . Izberemo si točko na zvaru (točko označimo z A) in v to točko postavimo koordinatni sistem tako, da je os z v smeri normale na površino plašča, os y pa je vzporedna simetrijski osi plašča. Napetostno stanje v plašču v odvisnosti od notranjega nadtlaka p izračunamo s pomočjo Mariotte-ovih enačb:

$$(\sigma_{ij})_A = \begin{pmatrix} \frac{pD}{2s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{pD}{4s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(\sigma_{ij})_A = \begin{pmatrix} 50p & 0 & 0 \\ 0 & 25p & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



Določimo še napetostno stanje v zvaru ($\sigma_{||}$, σ_{\perp} , $\tau_{||}$ in τ_{\perp}):



$$\sigma_{||} = \sigma_n(\varphi = 30^\circ) = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} + \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \cos(60^\circ) + \sigma_{xy} \sin(60^\circ) = 43,75p$$

$$\sigma_{\perp} = \sigma_n(\varphi = 120^\circ) = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} + \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \cos(240^\circ) + \sigma_{xy} \sin(240^\circ) = 31,25p$$

$$\tau_{||} = \sigma_t(\varphi = 120^\circ) = \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{xx}}{2} \sin(240^\circ) + \sigma_{xy} \cos(240^\circ) = 10,83p$$

$$\tau_{\perp} = 0$$

Če hočemo preprečiti, da pride do poškodbe zvara, morajo biti napetosti v zvaru pod dopustno mejo (absolutne vrednosti pišemo, ker so dopustne napetosti vedno podane kot pozitivna števila, napetosti pa so lahko tudi negativne, vseeno pa ne smejo preseči absolutne vrednosti dopustnih napetosti):

$$|\sigma_{||}| \leq \sigma_{DOP} = 50 \text{ MPa}$$

$$|\sigma_{\perp}| \leq \sigma_{DOP} = 50 \text{ MPa}$$

$$|\tau_{||}| \leq \tau_{DOP} = 29 \text{ MPa}$$

Iz prvega pogoja sledi:

$$43,75p \leq 50 \text{ MPa}$$

$$p \leq 1,143 \text{ MPa}$$

Iz drugega pogoja dobimo:

$$31,25p \leq 50 \text{ MPa}$$

$$p \leq 1,6 \text{ MPa}$$

Iz tretjega pogoja pa izračunamo še:

$$10,83p \leq 29 \text{ MPa}$$

$$p \leq 2,678 \text{ MPa}$$

Opazimo lahko, da je prvi pogoj najbolj oster, kar pomeni, da bo dopustna napetost kot prva presegla normalna napetost $\sigma_{||}$ v zvaru. Dopustni tlak plina, pri katerem še ne pride do poškodbe zvara, je tako $p_{DOP} = 1,143 \text{ MPa} = 11,43 \text{ bar}$. Končno lahko, ob upoštevanju konstantnega volumna in idealnega obnašanja plina, izračunamo dopustno temperaturo:

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p_{DOP}}{T_{DOP}} \quad \Rightarrow \quad T_{DOP} = \frac{p_{DOP}}{p_0} T_0 = \frac{11,43 \text{ bar}}{10 \text{ bar}} \cdot 293,15 \text{ K} = 335,1 \text{ K}$$

Plin lahko segrejemo za največ 42 K (do končne temperature 335 K).