Dodatna naloga 10

Za mešani sistem na sliki preverite statično določenost in z uporabo principa virtualnega dela izračunajte silo v palici. V nosilcu upoštevajte le vpliv notranjih upogibnih momentov.

Podatki:

$q = 2\ \mathrm{kN/m}$

$L = 1\ \mathrm{m}$

$A = 200\ \mathrm{mm}^2$

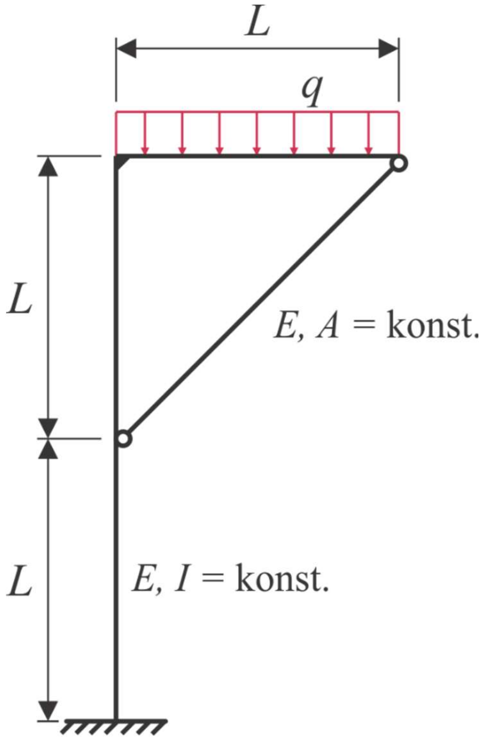
$I = 3{,}5 \cdot 10^5\ \mathrm{mm}^4$

$E = 200000\ \mathrm{MPa}$

---

a) statična določenost = ?

b) $N = ?$

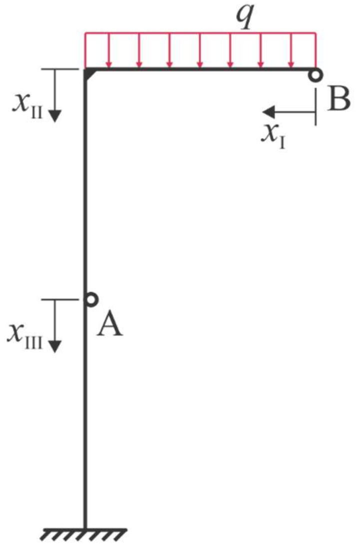


Rešitve:

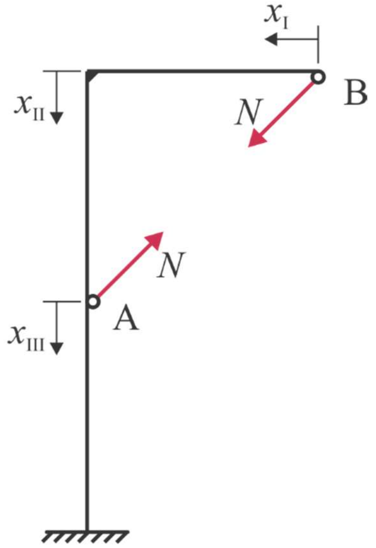
a) $11 \neq 10$ → 1-krat statično nedoločena konstrukcija (natančneje 1-krat notranje statično nedoločena konstrukcija; sile in momente v podporah lahko izračunamo iz ravnovesnih enačb statike, vseh notranjih sil in momentov pa ne)

b) Iz osnovnega sistema odstranimo palico in tako tvorimo dva, statično določena, glavna sistema. Sila v palici deluje v členkih A in B, usmerjena pa je v smeri osi palice. Kot pozitivno (usmerjenost na sliki) vzamemo natezno silo v palici:

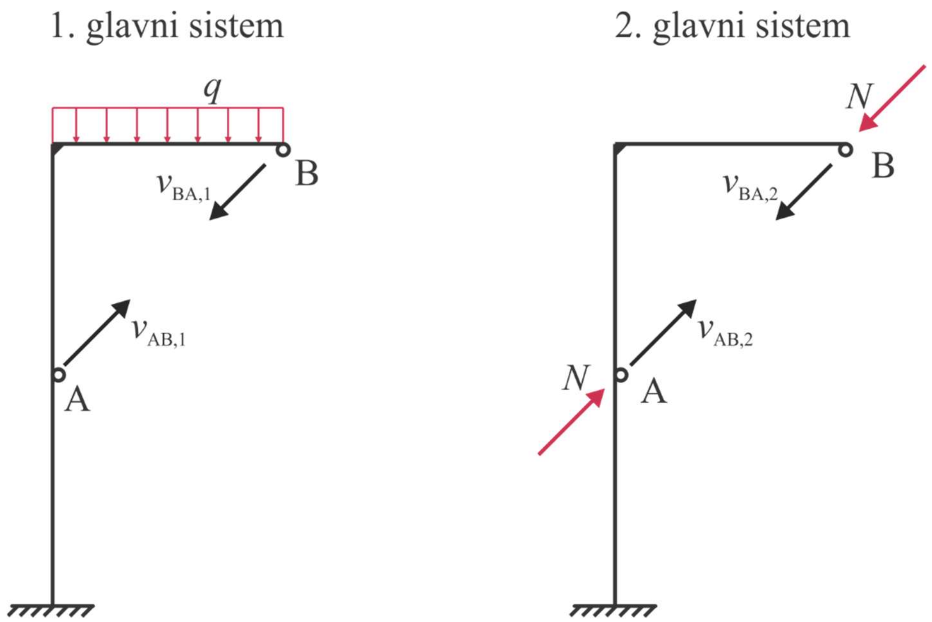
1. glavni sistem



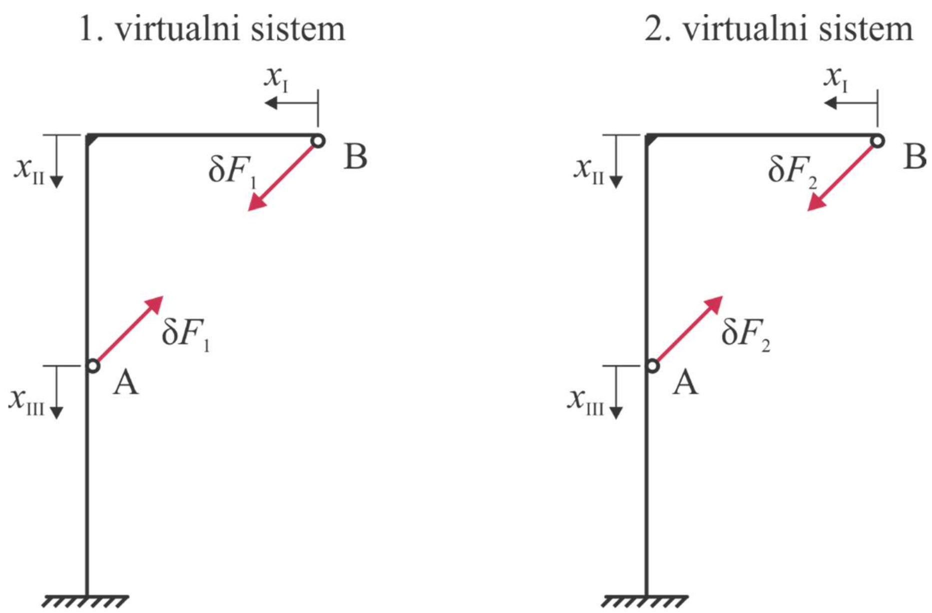
2. glavni sistem



Zanimali nas bodo premiki vozlišč A in B v smeri osi palice. Premik vozlišča A v smeri proti vozlišču B označimo z v_{AB}, premik vozlišča B v smeri proti vozlišču A pa z v_{BA}:



Virtualna sistema sta tako »enaka« drugemu glavnemu sistemu:



Za notranje upogibne momente dobimo naslednje rezultate (način rezanja / potek koordinate x je označen s koordinatami x_i na slikah):

1. glavni sistem: $M_I = -\frac{1}{2}qx^2$, $M_{II} = -\frac{1}{2}qL^2$, $M_{III} = -\frac{1}{2}qL^2$

2. glavni sistem: $M_I = -\frac{1}{\sqrt{2}}Nx$, $M_{II} = \frac{1}{\sqrt{2}}N(x-L)$, $M_{III} = 0$

Izračunamo lahko virtualno delo notranjih sil:

1. sistem: $\delta W_N^1 = \frac{3qL^4\delta F_1}{8\sqrt{2}EI}$

2. sistem: $\delta W_N^2 = \frac{NL^3\delta F_2}{3EI}$

Virtualno delo notranjih sil enačimo z virtualnim delom zunanjih sil:

1. sistem: $\delta W_N^1 = \frac{3qL^4\delta F_1}{8\sqrt{2}EI} = \delta F_1 v_{AB,1} + \delta F_1 v_{BA,1} = \delta F_1\left(v_{AB,1} + v_{BA,1}\right)$

2. sistem: $\delta W_N^2 = \frac{NL^3\delta F_2}{3E} = \delta F_2 v_{AB,2} + \delta F_2 v_{BA,2} = \delta F_2\left(v_{AB,2} + v_{BA,2}\right)$

Premikov v_{AB} in v_{BA} ne moremo neposredno izračunati, lahko pa opazimo, da je njuna vsota enaka spremembi razdalje med točkama A in B (razdalja med točkama A in B se spremeni za toliko, kolikor se A premakne proti B + kolikor se B premakne proti A):

$\left(v_{AB,1} + v_{BA,1}\right) = \Delta\overline{AB}_1, \quad \left(v_{AB,2} + v_{BA,2}\right) = \Delta\overline{AB}_2$

Sedaj lahko izračunamo spremembo razdalje med točkama A in B za oba sistema:

1. sistem: $\delta W_N^1 = \frac{3qL^4\delta F_1}{8\sqrt{2}EI} = \delta F_1\left(v_{AB,1} + v_{BA,1}\right) = \delta F_1 \Delta\overline{AB}_1$

$$\Delta\overline{AB}_1 = \frac{3qL^4}{8\sqrt{2}EI}$$

2. sistem: $\delta W_N^2 = \frac{NL^3\delta F_2}{3EI} = \delta F_2\left(v_{AB,2} + v_{BA,2}\right) = \delta F_2 \Delta\overline{AB}_2$

$$\overline{AB}_2 = \frac{NL^3}{3EI}$$

Manjka samo še t.i. povezovalna enačba. V našem primeru mora veljati, da je vsota spremembe razdalje med točkama A in B iz obeh sistemov enaka spremembi dolžine palice. Ker pozitivne vrednosti $\Delta\overline{AB}_1$ in $\Delta\overline{AB}_2$ pomenijo skrček palice, mora veljati:

$$\Delta\overline{AB}_1 + \Delta\overline{AB}_2 = -\Delta L_p,$$

oziroma:

$$\Delta\overline{AB}_1 + \Delta\overline{AB}_2 + \Delta L_p = 0,$$

od koder dobimo rezultat (iz Trdnosti vemo $\Delta L_p = \frac{N_p L_p}{E_p A_p}$):

$$\frac{3qL^4}{8\sqrt{2}EI} + \frac{NL^3}{3EI} + \frac{N\sqrt{2}L}{EA} = 0,$$

$$N = \frac{-\frac{3qL^4}{8\sqrt{2}I}}{\frac{L^3}{3I} + \frac{\sqrt{2}L}{A}} = -1579{,}265\ \mathrm{N}$$